***УДК 378.147.34:512.542***

***Купцова Я.А., Мурашко В.И., Санцевич Я.А.***

*г. Гомель ГГУ им. Ф. Скорины*

**О ПРИМЕНЕНИИ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ GAP В ОБРАЗОВАНИИ[[1]](#footnote-1)**

Современное образование ставит перед собой задачу формирования не только знаний, но и компетенций у обучающихся. Компетентностный подход в образовании призван развивать учеников не только в плане усвоения информации, но и в сфере применения знаний на практике. Однако, для успешной реализации компетентностного подхода требуются инструменты, способные эффективно оценивать и развивать компетенции учащихся.

Не всегда данные компетенции можно сформировать в рамках читаемых в университете дисциплин. Поэтому полезным инструментом при формировании этих компетенций являются занятия, проводимые в рамках научных семинаров в студенческих научно-исследовательских лабораториях (СНИЛ).

В первом семестре 2024/2025 учебного года в СНИЛ “Алгебра и геометрия сложных систем” было проведено 16 семинаров на тему “Группы и алгоритмы”.

Отметим, что теория групп является абстрактной дисциплиной, в которой построение примеров вручную весьма затруднительно, поэтому для построения примеров полезно использовать системы компьютерной алгебры. Одной из таких систем является GAP (Groups, Algorithms, and Programming) [1]. GAP представляет собой мощное программное средство, специально разработанное для работы с алгебраическими структурами и группами.

Компетенции по использованию системы GAP могут быть использованы не только в исследовании в рамках теории групп, но и при составлении и проверки заданий лабораторных и практических работ по таким дисциплинам как: “Алгебра и теория чисел”, “Теория графов”, “Аналитическая геометрия”, “Основы информационной безопасности” и др.

Проиллюстрируем на примере как с помощью GAP можно изучить игру-головоломку “Молдавская пирамидка”, которая появилась в 1981 году. Игра заключается в том, чтобы повернуть маленькие пирамидки (число поворотов не равно трем) вокруг вертикальных осей так, чтобы смешать цвета на гранях, а затем возвратить грани к первоначальному цвету.

Время, необходимое для ручного решения данной головоломки, может варьироваться от нескольких часов до нескольких недель, в то время как применение возможностей системы компьютерной алгебры GAP, а именно ее встроенных функций, позволяет получить решение за несколько минут. Следующими командами в GAP можно задать группу симметрии “Молдавская пирамидка”, используя которую можно решить данную головоломку:

A:=(31,32,33);

B:=(34,35,36);

C:=(37,38,39);

D:=(40,41,42);

J:=(43,44,45)\*(46,47,48)\*(49,50,51);

H:=(52,53,44)\*(54,55,56)\*(57,51,58);

K:=(43,59,58)\*(60,61,62)\*(63,52,50);

L:=(49,59,53)\*(64,65,66)\*(63,57,45);

G:=Group(A,B,C,D,J,H,K,L);

Это является наглядным примером того, как абстрактные математические структуры могут быть интегрированы в реальные жизненные задачи, что способствует развитию логического мышления, алгоритмических и вычислительных компетенций у учащихся.

Кроме того, GAP может применяться не только в образовании, но и при проведении научных исследований. Так в СНИЛ “Алгебра и геометрия сложных систем” молодыми учёными с помощью GAP разрабатываются методы изучения структуры группы с помощью сопоставленного ей графа. В рамках данных исследований были написаны функции для построения коммутативного графа группы [2], циклического графа группы, улучшенного степенного графа группы, разрешимого графа группы [3], сверхразрешимого графа группы [4] и нильпотентного графа группы.

Таблица 1 – Результаты выполнения функций Vertices для различных графов

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | Функция Vertices | Число  вершин |
| Группа | Порядок | Время |
| C3xC3x((C2xC2xC2xC2xC2):A6) | 103680 | Коммутативный граф | |
| 0,11 | 103680 |
| Циклический граф | |
| 1107,468 | 103662 |
| Улучшенный степенной граф | |
| 0,125 | 103679 |
| Разрешимый граф | |
| 1893,625 | 103392 |
| Сверхразрешимый граф | |
| 762,781 | 103662 |
| Нильпотентный граф | |
| 0,219 | 103662 |

Для демонстрации применимости данных функций, в таблице 1 представлены результаты времени вычислений вершин, рассматриваемых выше графов для одной из нормальных подгрупп группы “Молдавская пирамидка”. Все измерения времени, представленные в таблице, выполнены с использованием GAP 4.11.0 на ноутбуке с процессором Intel(R) Core(TM) i7-4702MQ CPU @ 2.20GHz 2.20GHz с 16 ГБ оперативной памяти, и выражены в секундах.

Отметим, что студенты, посещавшие семинары в лаборатории, работали и работают в УО “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”. Это свидетельствует о том, что проведение семинаров в том числе и изучение GAP на этих семинарах помогают формировать компетенции у учащихся, необходимые для их работы в качестве преподавателей и научных сотрудников.

Таким образом, всё вышеизложенное является важным элементом программы “школа – университет – предприятие” [5], где в качестве предприятия выступает университет.

**Литература**

1. GAP System for Computational Discrete Algebra [Электронный ресурс]: обзор возможностей. – Режим доступа: https://www.gap-system.org. – Дата доступа: 28.01.2025.

2. Купцова, Я.А. Графы конечных групп / Я.А. Купцова // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XXVII Респ. науч. конф. студентов и аспирантов, Гомель 18-20 марта 2024 г.: Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины; редкол.: С.П. Жогаль [и др.]. – Гомель, 2024. – С. 28-29.

3. Купцова, Я.А. Вычисление разрешимого графа конечной группы / Я.А. Купцова, В.И. Мурашко // Молодежь XXI века: образование, наука, инновации: материалы XI Межд. конф. аспирантов и молодых ученых, Витебск 6 декабря 2024 г.: Витебский гос. ун-т им. П.М. Машерова; редкол.: Е.Я. Аршанский [и др.]. – Витебск, 2024. – С. 6-8.

4. Купцова, Я.А. Вычисление графа сверхразрешимости конечной группы / Я.А. Купцова, В.И. Мурашко // Молодежь в науке – 2024: тезисы докладов XХI Межд. науч. конф. молодых ученых, Минск 29-31 октября 2024г. В двух частях. Ч.2. Медицинские, физико-математические, физико-технические науки, химия и науки о Земле: Национальная академия наук Беларуси, Совет молодых ученых; редкол.: В. Г. Гусаков [и др.]. – Минск: Беларуская навука, 2024. – С. 194-195.

5. Семченко, И.В. Инновационная роль классического университета в непрерывной образовательной системе «школа – университет – предприятие» / И.В. Семченко, С.А. Хахомов, А.В. Крук, А.Ф. Васильев // Вышэйшая школа. – 2011. – № 4. – С. 36–40.

1. Первые два автора поддержаны БРФФИ (проект Ф23РНФМ-63) [↑](#footnote-ref-1)